Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №7

«Анализ и оптимизация решений на основе моделей массового обслуживания»

Вариант №7

Выполнил Проверила:

студент группы 950501: Герман Ю.О.

Лабецкий А.А.

Минск 2022

1. **Цель работы**

Изучить методы оптимизации решений на основе моделей массового обслуживания.

1. **Задание**

1. Станок используется для обработки некоторых деталей. Интервалы между деталями, поступающими на обработку, составляют X минут. Время обработки детали на станке – Y минут. Затраты, связанные с работой станка, составляют A денежных единиц *в час*, когда станок работает (т.е. обрабатывает детали), и B денежных единиц в час – когда станок простаивает. Прочие затраты на обработку одной детали составляет C денежных единиц. Детали продаются по цене D денежных единиц.

Вычислить характеристики станка, а также прибыль от его работы за 8 часов.

| Вариант | X | Y | A | B | C | D |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | Экспоненциальная величина со средним значением 10 минут | 5…8 минут | 20 | 5 | 2 | 12 |

Предполагая, что интервалы между деталями и времена обработки – Гауссовские величины, найти следующие вероятности:

- вероятность наличия в системе ровно двух деталей;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит более трех;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит не более четырех;

- вероятность того, что в системе не будет ни одной детали, ожидающей обработки.

2. Два станка используются для обработки некоторых деталей. Интервалы между деталями, поступающими на обработку, составляют Y минут. Время обработки детали на станке –  минут. Затраты, связанные с работой станка, составляют A денежных единиц *в час*, когда станок работает (т.е. обрабатывает детали), и B денежных единиц в час – когда станок простаивает. Прочие затраты на обработку одной детали составляет C денежных единиц. Детали продаются по цене D денежных единиц.

| Вариант | *Y* |  | A | B | C | D |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 8 | 12 | 20 | 5 | 2 | 12 |

а) Вычислить характеристики системы.

б) Вычислить следующие вероятности состояний:

* вероятность наличия в системе ровно двух деталей;
* вероятность наличия в системе ровно пяти деталей;
* вероятность того, что поступившая деталь будет сразу же (без ожидания в очереди) принята на обработку;
* вероятность наличия в системе не более трех деталей;
* вероятность наличия в системе более чем трех деталей, ожидающих обработки.

в) Найти:

* достаточно ли одного станка для обработки деталей;
* сможет ли система с двумя станками обслуживать детали, если в нее будет поступать дополнительный поток деталей со средним интервалом между деталями 7 минут.

г) Вычислить прибыль за 8 часов работы.

3. Задание выполняется согласно пункту 10.12.

В некоторой система массового обслуживания обрабатываются заявки двух типов (*A* и *B*). Интервалы между моментами поступления заявок – экспоненциальные случайные величины со средним значением *Y* минут. Время обработки заявок – *X* минут.

Примечание – Для поиска необходимых параметров распределений (например, дисперсии) воспользоваться Интернетом.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | *A* | | *B* | |
| *Y* | *X* | *Y* | *X* |
| 7 | 15 | Гауссовская случайная величина, среднее –4 минуты, σ = 0,5 минуты | 20 | 5 ± 1 минуты |

Вычислить характеристики системы для трех дисциплин обслуживания: а) без приоритетов; б) с относительными приоритетами; в) с абсолютными приоритетами. Для дисциплин обслуживания с приоритетами более высокий приоритет имеют заявки с меньшим ожидаемым временем обслуживания (т.е. с меньшим значением *X*).

Расчет для обслуживания без приоритетов выполнить согласно пункту 10.11 (СМО с заявками с разным временем обслуживания).

Проанализировать полученные характеристики и выбрать дисциплину обслуживания, обеспечивающую кратчайшее среднее время пребывания заявки в СМО.

1. **Ход работы**

**Задание 1**

Интервалы времени между моментами поступления заявок (деталей) представляют собой случайные величины, распределённые по экспоненциальному закону. Время обработки детали – случайные величины, распределенные равномерно. Имеется один канал обслуживания. Поэтому станок можно представить как СМО типа M/G/1.

Интервал между деталями составляет в среднем 10 мин, поэтому

Обработка одной детали занимает в среднем 6.5 мин, поэтому

Число каналов:

Найдем нагрузку на СМО:

Найдём вероятность простоя:

Найдём среднюю длину очереди:

где ν – коэффициент вариации интервалов времени между заявками;

ε – коэффициент вариации времени обслуживания.

В нашем случае

Тогда средняя длина очереди:

Данная формула позволяет точно рассчитать среднюю длину очереди только для СМО типа М/М/1, в нашем же случае значение  является приближённым.

Станок обрабатывает все поступающие детали, поэтому

Найдем остальные характеристики СМО:

Коэффициент загрузки:

Среднее число заявок на обслуживании (среднее число занятых каналов):

Среднее число заявок в СМО:

Пропускная способность СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывания заявки в СМО:

Найдём прибыль от работы станка за 8 часов работы.

Выручка от обслуживания заявок в СМО в течении времени Т:

где *C* – выручка от обслуживания одной заявки.

Затраты, связанные с обслуживанием заявок в СМО в течении времени Т:

где *C*обсл – затраты, связанные с обслуживанием одной заявки.

Затраты, связанные с эксплуатацией СМО в течение времени Т:

где *C*раб – затраты, связанные с работой одного канала в течение единицы времени;

*C*пр – затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени.

Убытки, связанные с отказом в обслуживании за время Т:

где *C*отк – убытки, связанные с отказом в обслуживании одной заявки;

*P*отк – вероятность отказа.

Убытки за время Т, связанные с пребыванием заявок в СМО (как в очереди, так и на обслуживании):

*C*пр – убытки, связанные с пребыванием заявки в СМО в течение единицы времени.

Прибыль от работы станка в течении 8 часов:

Предполагая, что интервалы между деталями и времена обработки – экспоненциальные случайные величины, найти следующие вероятности:

- вероятность наличия в системе ровно двух деталей;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит более трех;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит не более четырех;

- вероятность того, что в системе не будет ни одной детали, ожидающей обработки.

**Задание 2**

а) Вычислим характеристики системы.

Интервал между деталями составляет в среднем 8 мин, поэтому

Обработка одной детали занимает в среднем 12 мин, поэтому

Число каналов:

Найдем нагрузку на СМО:

Найдём вероятность простоя:

Найдём среднюю длину очереди:

Станки обрабатывают все поступающие детали, поэтому

Найдем остальные характеристики СМО:

Коэффициент загрузки:

Среднее число заявок на обслуживании (среднее число занятых каналов):

Среднее число заявок в СМО:

Пропускная способность СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывания заявки в СМО:

б) Вычислить следующие вероятности состояний:

- вероятность наличия в системе ровно двух деталей;

- вероятность наличия в системе ровно пяти деталей;

- вероятность того, что поступившая деталь будет сразу же (без ожидания в очереди) принята на обработку;

- вероятность наличия в системе не более трех деталей;

- вероятность наличия в системе более чем трех деталей, ожидающих обработки.

в) Найти:

- достаточно ли одного станка для обработки деталей;

Найдем нагрузку СМО при m = 1:

Так как ρ > 1, то можно сделать вывод, что один станок не справится с текущим потоком деталей.

- сможет ли система с двумя станками обслуживать детали, если в нее будет поступать дополнительный поток деталей со средним интервалом между деталями 7 минут.

В этом случае интенсивность поступления заявок будет:

Нагрузка СМО:

Так как ρ > 1, то можно сделать вывод, что станки не справятся в случае появления дополнительного потока.

г) Найдём прибыль от работы станков за 8 часов работы.

Выручка от обслуживания заявок в СМО в течении времени Т:

Затраты, связанные с обслуживанием заявок в СМО в течении времени Т:

Затраты, связанные с эксплуатацией СМО в течение времени Т:

Убытки, связанные с отказом в обслуживании за время Т:

Убытки за время Т, связанные с пребыванием заявок в СМО (как в очереди, так и на обслуживании):

Прибыль от работы станка в течении 8 часов:

**Задание 3**

Вычислим характеристики системы для 3 дисциплин обслуживания:

а) без приоритетов;

Найдём интенсивность потоков заявок каждого вида:

Интенсивность потока всех заявок:

Найдем доли деталей каждого вида в общем потоке деталей:

Найдем среднее время обработки деталей всех видов. Средние времена обработки деталей каждого вида, следующие:

Среднее время обработки деталей всех видов:

Найдем коэффициент вариации времени обработки всех деталей. Для этого необходимо определить дисперсии времен обработки деталей каждого вида:

Вторые начальные моменты времени обработки заявок каждого вида:

Второй начальный момент времени обслуживания всех заявок:

Дисперсия времени обслуживания всех заявок:

Коэффициент вариации времени обслуживания всех заявок:

Таким образом, все параметры, необходимые для расчета характеристик СМО, известны. Поток заявок, поступающих на обработку, является пуассоновским, время обслуживания распределено по некоторому произвольному закону, и имеется один канал обслуживания. Поэтому станок можно представить как СМО типа *M*/*G*/1. В этой СМО λ = 0,117 заявки/мин;  = 4.429 мин; μ = 0,226 заявки/мин; ν = 1; ε = 0,164.

Найдем нагрузку на СМО:

Найдём вероятность простоя:

Найдём среднюю длину очереди:

Станок обрабатывает все поступающие детали, поэтому

Найдем остальные характеристики СМО:

Коэффициент загрузки:

Среднее число заявок на обслуживании (среднее число занятых каналов):

Среднее число заявок в СМО:

Пропускная способность СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывания заявки в СМО:

б) с относительными приоритетами;

Найдем нагрузку на СМО, создаваемую заявками каждого типа:

Общая нагрузка на СМО:

Найдём среднее время пребывания в очереди для заявок каждого типа:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывания заявки в СМО:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее число заявок на обслуживании:

Среднее число заявок на обслуживании:

Пропускная способность СМО:

Вероятность простоя СМО:

Коэффициент загрузки СМО:

в) с абсолютными приоритетами.

Найдём среднее время пребывания в очереди для заявок каждого типа:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывания заявки в СМО:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее число заявок на обслуживании:

Среднее число заявок на обслуживании:

Пропускная способность СМО:

Вероятность простоя СМО:

Коэффициент загрузки СМО:

Из полученных результатов видно, что среднее время пребывания заявки в СМО  для дисциплины обслуживания FIFO составляет мин, для обслуживания с относительными приоритетами – мин, с абсолютными приоритетами – мин. Таким образом для того, чтобы среднее время обработки было минимальным, следует использовать дисциплину обслуживания с абсолютными приоритетами.

1. **Вывод**

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы оптимизации решений на основе моделей массового обслуживания. В частности, были решены задачи на основе одноканальной СМО, многоканальной СМО без ограничения на очередь и СМО с системой приоритетов.